

Frühjahr 14 Themennummer 1 Aufgabe 2 im Bayerischen Staatsexamen
Analysis (vertieftes Lehramt)

Betrachten Sie die folgende Differentialgleichung:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Stabilitätseigenschaften der Ruhelage $(0,0)$.
- (b) Skizzieren Sie das Phasenporträt.

Lösungsvorschlag:

(a) Wir bestimmen die Eigenwerte der Strukturmatrix. Das charakteristische Polynom lautet $(\lambda^2 + 2\lambda + 1)^2 = (\lambda + 1)^2$ mit doppelter Nullstelle $\lambda = -1$. Alle Eigenwerte haben negativen Realteil und jede Ruhelage dieser linearen Differentialgleichung ist demnach asymptotisch stabil, das gilt insbesondere auch für den Ursprung.

(b)

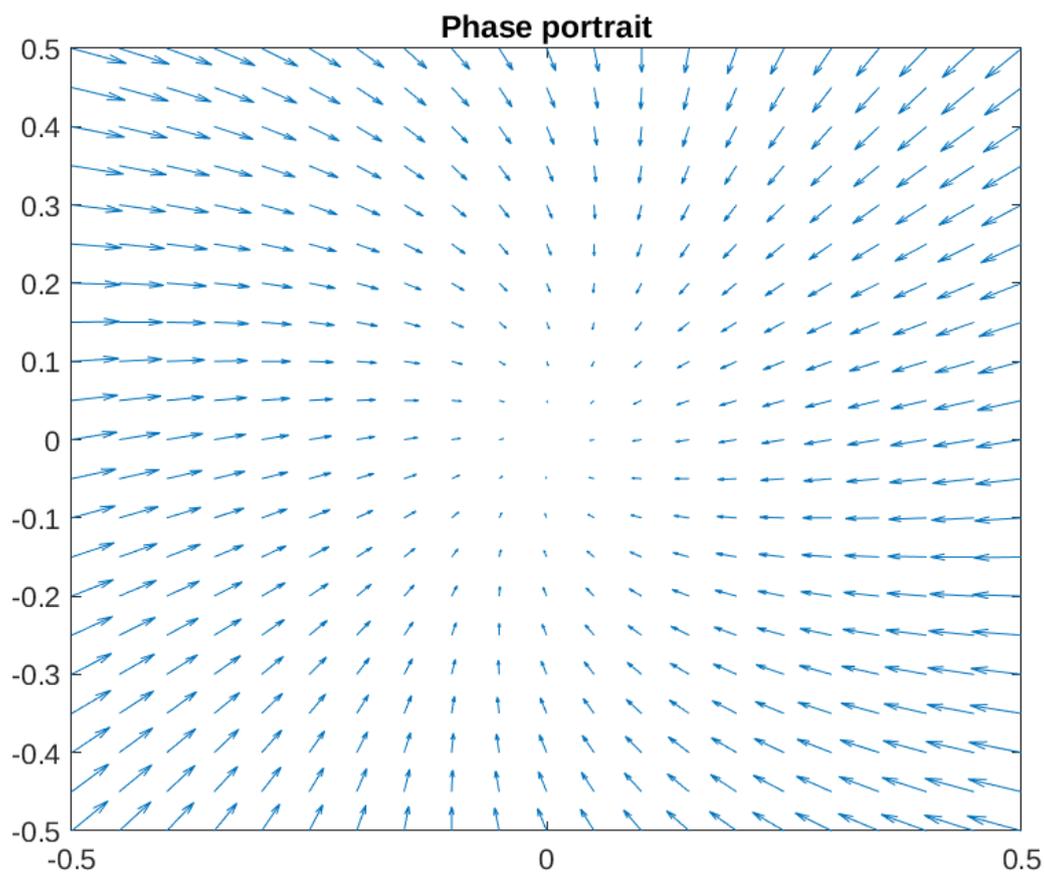


Abbildung 1: Phasenporträt um den Ursprung

J.F.B.